رياضيات

جامعة طنطا - كلية العلوم قسم الرياضيات			
الاختبار النهائي للفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠١٤ - ٢٠١٥م			
المستوى: الثاني	المقرر:	تطبيقية (٢)	MA2202
الزمن: ساعتان	الدرجة الكلية: ١٥٠ درجة	التاريخ:	١٣ / ٦ / ٢٠١٥م

1969

أجب على الأسئلة التالية:-

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أ. **ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخاطئة لما يأتي:** (٢٠ درجة)

١. المسار المركزي هو ذلك المسار الذي يرسمه الجسيم تحت تأثير قوة تجذبه نحو أو بعيداً عن نقطة ثابتة.

٢. عند الإبس يتحرك الجسيم في إتجاه البعد القطبى.

٣. الشغل الكلى المبذول بقوة ما في تحريك نقطة مادية على المنحنى c من نقطة p_2 إلى نقطة p_1 يساوى التغير في طاقتي الحركة عند p_1 عنها عند p_2.

٤. البندول المركب هو جسم متماسك قابل للدوران في مستوى رأسي حول محور أفقي ثابت مار بنقطة التعليق.

٥. البعد الإبسي يقسم المسار إلى جزئين غير متماثلين.

٦. عزم القصور الذاتي لصفيحة مستوية حول محور عمودي على مستواها يكافئ مجموع عزمي القصور الذاتي لنفس الصفيحة حول محورين متعامدين في مستوى الصفيحة ويتقاطعان مع المحور الأول.

٧. قطع ناقص القصور هو المحل الهندسي لنقطة مأخوذة على محور ما مار بالنقطة O، بحيث يتناسب عزم القصور الذاتي حول هذا المحور عكسياً مع مربع بعد هذه النقطة عن O.

٨. المحور العمودي على مستوى صفيحة رقيقة هو محور قصور ذاتي رئيسي عند نقطة تقاطعه مع الصفيحة.

٩. اتجاه السرعة لجسيم يتحرك في دائرة يكون في اتجاه نصف القطر للداخل.

١٠. السرعة المساحية لجسيم يتحرك في مدار مركزي تساوي ضعف ثابت كمية الحركة الزاوية.

ب. **اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي** (٢٠ درجة)

١. معادلة السيكلويد الذاتية هي .... حيث S مقاسة من رأس السيكلويد، c ثابت، θ الزاوية التي تحصر قوس طوله S، ψ زاوية ميل المماس (عند أي نقطة على المنحنى) على الأفقي، a نصف قطر الدائرة.

أ. $S = c\tan\psi$. ب. $S = a\theta$. ج. $S = 4a\sin\psi$. د. $S = a\cos\theta$

٢. حاصل ضرب القصور الذاتي لصفيحة بالنسبة لمحورين متعامدين في مستواها أحدهما محور تماثل يساوي ....

أ. الصفر ب. الواحد الصحيح. ج. إثنان. د. مالانهاية.

٣. للجسم المتماسك عدة حركات منها حركة ....

أ. انتقالية. ب. دورا نية. ج. مستوية. د. جميع ما سبق.

٤. الزاوية التى يجب أن ندير بها المحاور Ox', Oy' حتى تصبح محاور قصور ذاتي رئيسية بالنسبة لصفيحة مستوية عند النقطة O هي ....

أ. $\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. ب. $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. ج. $\theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. د. $\theta = \frac{1}{2}\sec^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$

٥. إذا تحرك جسيم بالنسبة لمستوى الإحداثيات القطبية (r,θ) تحت تأثير قوة $\underline{F}$ تؤثر في الإتجاه العمودي على البعد القطبي $\underline{r}$، فإن ....

أ. $\underline{F} = F_z\,\hat{\underline{k}}$ ب. $\underline{F} = F_\theta\,\hat{\underline{\theta}}$. ج. $\underline{F} = F_r\,\hat{\underline{r}}$. د. $\underline{F} = F_\varphi\,\hat{\underline{\varphi}}$

٦. متجه السرعة لجسيم يتحرك حركة مقيدة على منحنى معلوم S هو.........

أ. $\underline{v} = \dot{x}\,\hat{\underline{i}} + \dot{y}\,\hat{\underline{j}}$ ب. $\underline{v} = \dot{S}\,\hat{\underline{T}} + \frac{\dot{S}^2}{\rho}\,\hat{\underline{N}}$ ج. $\underline{v} = (\dot{r}\,\hat{\underline{r}} + r\dot{\theta}\,\hat{\underline{\theta}})$. د. $\underline{v} = \dot{S}\,\hat{\underline{T}}$

٧. عزم القصور الذاتي لحلقة دائرية كتلتها M ونصف قطرها a وكثافتها λ حول محورٍ مارٍ بمركز ثقلها وعمودي على مستواها يساوي ....

أ. $Ma^2/4$ ب. $Ma^2/2$ ج. Ma^2 د. $3Ma^2/2$

(أنظر بقية الأسئلة خلف هذه الورقة)

٨. عزم القصور الذاتي لقرص دائري كتلته M ونصف قطره a وكثافته λ حول محورٍ مارٍ بمركز ثقله وعمودي على مستواه يساوي .....

أ. $Ma^2/4$ ب. $M a^2/2$ ج. $M a^2$ د. $3M a^2/2$

٩. مركبة متجه السرعة لجسيم يتحرك بالنسبة للإحداثيات الكروية (r,θ,φ) في إتجاه زيادة الزاوية φ هي ....

أ. $v_\varphi = (r\sin\theta)\dot{\varphi}$ ب. $v_\varphi = r\sin\theta$ ج. $v_\varphi = r\dot{\theta}$ د. $v_\varphi = \dot{r}$

١٠- عزوم القوى الفعالة لجسم متماسك يدور حول محو ثابت هي ....

أ. $I_0\ddot{\theta}$ ب. $I_0\ddot{\theta}/2$ ج. $I_0\dot{\theta}$ د. $I_0\dot{\theta}/2$

حيث θ هي الزاوية التي يصنعها متجة موضع إحدى كتل الجسم مع المحور الثابت، I_0 عزم القصور الذاتي للجسم حول هذا المحور.

السؤال الثاني: (٤٠ درجة)

أ. يتحرك جسيم على منحنى الكتينة التي معادلتها الذاتية $S = c\tan\psi$ بحيث يدور المماس بسرعة زاوية ω. برهن أن مقدار العجلة عند أي موضع يساوى $\rho\omega^2(\frac{4\rho}{c}-3)^{1/2}$، حيث ρ هو نصف قطر الآنحناء للمنحنى، وأن اتجاهها يصنع زاوية θ مع المماس، حيث $\tan\theta = (\cot\psi)/2$. (٢٠ درجة)

ب. إذا كان مقدار القوة المركزية في مدار مركزي تساوي $\mu u^3(3+2a^2u^2)$ وقذف الجسيم من بعد a بسرعة $\sqrt{5\mu/a^2}$ في إتجاه يصنع زاوية $\tan^{-1}(1/2)$ مع خط الابتداء، أثبت أن معادلة المسار هي $r = a\tan(\theta+\frac{\pi}{4})$.

(٢٠ درجة)

السؤال الثالث: (٣٥ درجة)

أ. أثبت أن عزمي القصور الذاتي بالنسبة لمحورين أساسيين هما نهاية عظمى أوصغرى لعزمي القصور الذاتي حول المحورين المتعامدين عند نفس النقطة. (٢٠ درجة)

ب. أوجد حاصل ضرب لمثلث منتظم قائم الزاوية كتلته M وطولا ضلعي القائمة a, b. (١٥ درجة)

السؤال الرابع: (٣٥ درجة)

أ. سرعة جسيم في الاتجاه المركزي والعمودي عليه هما $\mu\theta^2, \lambda r^2$ على الترتيب حيث μ, λ ثوابت، أوجد معادلة مسار الجسيم، ومركبتي العجلة في الاتجاه المركزي والعمودي عليه. (١٥ درجة)

ب. قرص دائري يدور حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار بنقطة O الواقعة على محيطه، فإذا بدأ القرص حركته من السكون عندما كان القطر المار بالنقطة O رأسياً أعلاها، أثبت أن ردي الفعل في اتجاهي نصف القطر المار بالنقطة O والعمودى عليه هما $\frac{W}{3}(7\cos\theta-4)$, $\frac{W}{3}\sin\theta$. (٢٠ درجة)

(انتهت الأسئلة)

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

لجنة الممتحنين: ١- أ. د. قدري زكريا	٢- د. طارق عامر

	TANTA UNIVERSITY FACULTY OF SCIENCE DEPARTMENT OF MATHEMATICS		
	EXAMINATION FOR FRESHMEN (SECOND YEAR) STUDENTS OF MATH.		
COURSE TITLE:	MATHEMATICAL ANALYSIS (2)		COURSE CODE:MA2208
DATE: MAY, 2015	TERM: SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

السؤال الاول :- (الدرجة ٣٨)

ا- اذكر فرضيات بيانو مع توضيح اهميتها . ثم برهن صحة العلاقة $(1+a)^n \ge 1+na$. (١٩درجة)

ب- ناقش التقارب المطلق $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n!)^2\ x^{2n}}{(2n)!}$ مع تحديد فترة وتقارب نصف قطر المتسلسلة . (١٩درجة)

السؤال الثاني:- (الدرجة٣٧)

أ – باستعمال مفهوم نهاية متتابعة اثبت ان $u_n=\frac{2n+1}{4n+5}$ تؤول الى $\frac{1}{2}$. (١٧درجة)

ب-اثبت ان المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi x}{n^2+x^2}$ تتقارب مطلقا لجميع قيم x الحقيقية . (٢٠درجة)

السؤال الثالث:- اختار الاجابة الصحيحة من بين القوسين (الدرجة ٣٦ موزعة بالتساوى)

أ- المتتابعة الصفرية (كل عناصرها اصفار، صفر فقط ، تؤول الى الصفر ، نهايتها تساوى صفر)

ب- الفئة تكون مغلقة اذا (كانت لها نهاية ، احتوت على نقاط نهايتها ، تحتوى على الواحد الصحيح ونقط النهاية، تحتوى على الحد العلوى والسفلى) .

ت- المتسلسلة تتقاربفقط عند $x=0$ اذا كان (نصف قطر التقارب يؤول الى ∞ ، نصف قطر التقارب يؤول الى $\frac{1}{\infty}$، نهاية المتسلسلة مساويا للصفر ، نصف قطر التقارب $\frac{1}{0}$) .

ث-اذا كانت الفئة A محدودة من اعلى فانة (تكون محدودة ، يوجد لها اكبر حد سفلى ، يوجد لهاحد سفلى ، يوجد لهاحد علوى) .

ج-اذا كانت المتوالية تقاربية فان (نهايتها لانهائية ، نهايتها غير محدودة ، نهايتها محدودة ، نهايتها وحيدة) .

د-المتسلسلة $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ تكون (متباعدة ، متقاربة ، متقاربة تتقارب شرطيا ، متقاربة تقاربا مطلقا).

السؤال الرابع :- (الدرجة ٣٩)

أ-اذا كانت A,B فئتين وكانت الفئة $A+B$ هى فئة كل العناصر $(a+b)$ حيث $a\in A\,,\,b\in B$ فاثبت ان (٢٠درجة)

$\sup(A+B)=\sup A+\sup B$

ب-باستخدام متتابعة المجاميع الجزئية ناقش تباعد وتقارب المتسلسلة $\sum_{k=1}^{\infty}\ln\ (1+\frac{1}{k})$. (١٩درجة)

EXAMINERS	PROF. H.K.EL-SAYIED	DR. M. AL-ATAR

جامعـة طنطـا - كليـة العلوم قسم الرياضيات				
الاختبار النهائي للفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠١٤ - ٢٠١٥م				
المستوى: الثاني		المقرر:	تطبيقية (٢)	MA2202
الزمن: ساعتان	الدرجة الكلية: ١٥٠ درجة	التاريـخ:	١٣ / ٦ /٢٠١٥م	

1969

أجب على الأسئلة التالية:-

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أ. ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخاطئة لما يأتي: (٢٠ درجة)

١. المسار المركزي هو ذلك المسار الذي يرسمه الجسيم تحت تأثير قوة تجذبه نحو أو بعيداً عن نقطة ثابتة.
٢. عند الإبس يتحرك الجسيم في إتجاه البعد القطبى.
٣. الشغل الكلى المبذول بقوة ما في تحريك نقطة مادية على المنحنى c من نقطة p_2 إلى نقطة p_1 يساوى التغير في طاقتي الحركة عند p_1 عنها عند p_2.
٤. البندول المركب هو جسم متماسك قابل للدوران في مستوى رأسي حول محور أفقي ثابت مار بنقطة التعليق.
٥. البعد الإبسي يقسم المسار إلى جزئين غير متماثلين.
٦. عزم القصور الذاتي لصفيحة مستوية حول محور عمودي على مستواها يكافئ مجموع عزمي القصور الذاتي لنفس الصفيحة حول محورين متعامدين في مستوى الصفيحة ويتقاطعان مع المحور الأول.
٧. قطع ناقص القصور هو المحل الهندسي لنقطة مأخوذة على محور ما مار بالنقطة O، بحيث يتناسب عزم القصور الذاتي حول هذا المحور عكسياً مع مربع بعد هذه النقطة عن O.
٨. المحور العمودي على مستوى صفيحة رقيقة هو محور قصور ذاتي رئيسي عند نقطة تقاطعه مع الصفيحة.
٩. اتجاه السرعة لجسيم يتحرك في دائرة يكون في اتجاه نصف القطر للداخل.
١٠. السرعة المساحية لجسيم يتحرك في مدار مركزي تساوي ضعف ثابت كمية الحركة الزاوية.

ب. اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي (٢٠ درجة)

١. معادلة السيكلويد الذاتية هي .... حيث S مقاسة من رأس السيكلويد، c ثابت، θ الزاوية التي تحصر قوس طوله S، ψ زاوية ميل المماس (عند أي نقطة على المنحنى) على الأفقي، a نصف قطر الدائرة.

أ. $S = c\tan\psi$. ب. $S = a\theta$. ج. $S = 4a\sin\psi$. د. $S = a\cos\theta$

٢. حاصل ضرب القصور الذاتي لصفيحة بالنسبة لمحورين متعامدين في مستواها أحدهما محور تماثل يساوي ....

أ. الصفر ب. الواحد الصحيح. ج. إثنان. د. مالانهاية.

٣. للجسم المتماسك عدة حركات منها حركة ....

أ. انتقالية. ب. دورا نية. ج. مستوية. د. جميع ما سبق.

٤. الزاوية التى يجب أن ندير بها المحاور Ox', Oy' حتى تصبح محاور قصور ذاتي رئيسية بالنسبة لصفيحة مستوية عند النقطة O هي ....

أ. $\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. ب. $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. ج. $\theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$. د. $\theta = \frac{1}{2}\sec^{-1}\frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$

٥. إذا تحرك جسيم بالنسبة لمستوى الإحداثيات القطبية (r,θ) تحت تأثير قوة $\underline{F}$ تؤثر في الإتجاه العمودي على البعد القطبي $\underline{r}$، فإن ....

أ. $\underline{F} = F_z\,\hat{\underline{k}}$ ب. $\underline{F} = F_\theta\,\hat{\underline{\theta}}$. ج. $\underline{F} = F_r\,\hat{\underline{r}}$. د. $\underline{F} = F_\varphi\,\hat{\underline{\varphi}}$

٦. متجه السرعة لجسيم يتحرك حركة مقيدة على منحنى معلوم S هو..........

أ. $\underline{v} = \dot{x}\,\hat{\underline{i}} + \dot{y}\,\hat{\underline{j}}$ ب. $\underline{v} = \dot{S}\,\hat{\underline{T}} + \frac{\dot{S}^2}{\rho}\,\hat{\underline{N}}$ ج. $\underline{v} = (\dot{r}\,\hat{\underline{r}} + r\dot{\theta}\,\hat{\underline{\theta}})$. د. $\underline{v} = \dot{S}\,\hat{\underline{T}}$

٧. عزم القصور الذاتي لحلقة دائرية كتلتها M ونصف قطرها a وكثافتها λ حول محورٍ مارٍ بمركز ثقلها وعمودي على مستواها يساوي .....

أ. $Ma^2/4$ ب. $Ma^2/2$ ج. Ma^2 د. $3Ma^2/2$

(أنظر بقية الأسئلة خلف هذه الورقة)

٨. عزم القصور الذاتي لقرص دائري كتلته M ونصف قطره a وكثافته λ حول محور مار بمركز ثقله وعمودي على مستواه يساوي .....

أ. $Ma^2/4$ ب. $Ma^2/2$ ج. Ma^2 د. $3Ma^2/2$

٩. مركبة متجه السرعة لجسيم يتحرك بالنسبة للإحداثيات الكروية (r,θ,φ) في إتجاه زيادة الزاوية φ هي ....

أ. $v_\varphi=(r\sin\theta)\dot{\varphi}$ ب. $v_\varphi=r\sin\theta$ ج. $v_\varphi=r\dot{\theta}$ د. $v_\varphi=\dot{r}$

١٠- عزوم القوى الفعالة لجسم متماسك يدور حول محو ثابت هي ....

أ. $I_0\ddot{\theta}$ ب. $I_0\ddot{\theta}/2$ ج. $I_0\dot{\theta}$ د. $I_0\dot{\theta}/2$

حيث θ هي الزاوية التي يصنعها متجة موضع إحدى كتل الجسم مع المحور الثابت، I_0 عزم القصور الذاتي للجسم حول هذا المحور.

السؤال الثاني: (٤٠ درجة)

أ. يتحرك جسيم على منحنى الكتينة التي معادلتها الذاتية $S=c\tan\psi$ بحيث يدور المماس بسرعة زاوية ω.
برهن أن مقدار العجلة عند أي موضع يساوى $\rho\omega^2(\frac{4\rho}{c}-3)^{1/2}$، حيث ρ هو نصف قطر الآنحناء للمنحنى، وأن اتجاهها يصنع زاوية θ مع المماس، حيث $\tan\theta=(\cot\psi)/2$. (٢٠ درجة)

ب. إذا كان مقدار القوة المركزية في مدار مركزي تساوي $\mu u^3(3+2a^2u^2)$ وقذف الجسيم من بعد a بسرعة $\sqrt{5\mu/a^2}$ في إتجاه يصنع زاوية $\tan^{-1}(1/2)$ مع خط الابتداء، أثبت أن معادلة المسار هي $r=a\tan(\theta+\frac{\pi}{4})$.
(٢٠ درجة)

السؤال الثالث: (٣٥ درجة)

أ. أثبت أن عزمي القصور الذاتي بالنسبة لمحورين أساسيين هما نهاية عظمى أوصغرى لعزمي القصور الذاتي حول المحورين المتعامدين عند نفس النقطة. (٢٠ درجة)

ب. أوجد حاصل ضرب لمثلث منتظم قائم الزاوية كتلته M وطولا ضلعي القائمة a, b. (١٥ درجة)

السؤال الرابع: (٣٥ درجة)

أ. سرعة جسيم في الاتجاه المركزي والعمودي عليه هما $\mu\theta^2, \lambda r^2$ على الترتيب حيث μ, λ ثوابت، أوجد معادلة مسار الجسيم، ومركبتي العجلة في الاتجاه المركزي والعمودي عليه. (١٥ درجة)

ب. قرص دائري يدور حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار بنقطة O الواقعة على محيطه، فإذا بدأ القرص حركته من السكون عندما كان القطر المار بالنقطة O رأسياً أعلاها، أثبت أن ردي الفعل في اتجاهي نصف القطر المار بالنقطة O والعمودى عليه هما $\frac{W}{3}(7\cos\theta-4)$, $\frac{W}{3}\sin\theta$. (٢٠ درجة)

(انتهت الأسئلة)
مع أطيب التمنيات بالتوفيق

لجنة الممتحنين: ١- أ. د. قدري زكريا	٢- د. طارق عامر

Tanta UNIVERSITY
Faculty of Science
Department of Mathematics

EXAMINATION for (level 2) students OF Mathematics

Course Code: MA2212			Course title: Number Theory
Time ALLOWED: 2h.	Total assessment Marks: 150	Term: 2nd	june,2015

Answer the following questions:.

1] a- Prove that the product of n consecutive integers is divisible by $n!$. (15 marks).

b- Find all pairs of primes p and q satisfying $p - q = 3$

(10 marks).

c- Show that if $a^n - 1$ is prime ($a > 0$, $k \geq 2$), then $a = 2$ and n is also prime. (10 marks).

2] a- prove that if p is prime and k is not a multiple of p , then k has a multiplicative inverse. (15 marks).

b- Define the function φ (n) , then deduce φ (860)

(10 marks).

c- Find the least complete solution to
$x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{21}$ (15 marks).

3] a- Determine all solutions in the positive integers of the following Diophantine equation :

$54x + 21y = 906.$ (15 marks).

b- Find the remainder when 2^{50} is divided by 7.

(10 marks).

c- Find the last two digits of 9^{42} .

(10 marks).

4] a- State and prove Fermat's Theorem . (15 marks).

b- Find a solution of the system of congruences :

$x \equiv 2 \pmod 3$

$x \equiv 3 \pmod 5$

$x \equiv 2 \pmod 7$. (15 marks).

c- Decide whether or not the integer 3 is a quadratic residue of 13 ?. (10 marks).

أطيب الأماني بالتوفيق والنجاح،،.

Prof . Dr. Ahmed Reda EL-Namory	EXAMINERS
Dr. Tahany M. EL-Sheikh	

Tanta UNIVERSITY
Faculty of Science
Department of Mathematics

EXAMINATION for (level 2) students OF Mathematics

Course Code: MA2212			Course title: Number Theory
Time ALLOWED: 2h.	Total assessment Marks: 150	Term: 2nd	june,2015

Answer the following questions:.

1] a- Prove that the product of n consecutive integers is divisible by n! . (15 marks).

b- Find all pairs of primes p and q satisfying $p - q = 3$

(10 marks).

c- Show that if $a^n - 1$ is prime ($a > 0$, $k \geq 2$), then $a = 2$ and n is also prime. (10 marks).

2] a- prove that if p is prime and k is not a multiple of p , then k has a multiplicative inverse. (15 marks).

b- Define the function φ (n) , then deduce φ (860)
(10 marks).

c- Find the least complete solution to
$x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{21}$ (15 marks).

3] a- Determine all solutions in the positive integers of the following Diophantine equation :

$$54x + 21y = 906.$$ (15 marks).

b- Find the remainder when 2^{50} is divided by 7.

(10 marks).

c- Find the last two digits of 9^{42} .

(10 marks).

4] a- State and prove Fermat's Theorem . (15 marks).

b- Find a solution of the system of congruences :

$$x \equiv 2 \pmod 3$$
$$x \equiv 3 \pmod 5$$
$$x \equiv 2 \pmod 7.$$

(15 marks).

c- Decide whether or not the integer 3 is a quadratic residue of 13 ?. (10 marks).

أطيب الأماني بالتوفيق والنجـاح،،.

Prof . Dr. Ahmed Reda EL-Namory	EXAMINERS
Dr. Tahany M. EL-Sheikh	

رياضيات / احصاء

TANTA UNIVERSITY FACULTY OF SCIENCE DEPARTMENT OF MATHEMAICS			
EXAMINATION FOR SOPHOMORES STUDENTS (2 YEAR) STUDENTS OF STATISTICS			
COURSE TITLE: STATISTICAL INFERENCE (1)			COURSE CODE: ST2206
DATE: JUNE 2015	TERM: 2	TOTAL ASSESSMENT MARKS:150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

Answer the following questions:

1- A population consists of three numbers 8, 12, 16 consider all possible samples of size two which can be drawn without replacement from this population .

Show that $E(\overline{X}) = \mu$, $\mathrm{Var}(\overline{\mathrm{X}}) = \frac{\sigma^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ and $\mathrm{E}(\mathrm{s}^2) = \sigma^2(\frac{N}{N-1})$ (35 points)

2- Suppose we are given the following values with unknown $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Sample 1	$n_1 = 22$	$\bar{x}_1 = 7$	$s_1 = 1.4$
Sample 2	$n_2 = 18$	$\bar{x}_2 = 9$	$s_2 = 1.2$

(a) Test $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_a : \mu_1 - \mu_2 \succ 0$, at $\alpha = 0.01$ (20 points)

(b) Find 98% CI of $\mu_1 - \mu_2$. (Hint: Table value = 2.457) (15 points)

3- (a) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from exponential population with parameter λ.

Find the value of C such that $\frac{C}{\overline{X}}$ is unbiased estimator of λ. (15 points)

(b) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from N(0, θ). Demonstrate that

$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}$ is MVUE of θ. (20 points)

4- (a) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from Poisson distribution with parameter θ.

Demonstrate that $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ is sufficient estimator of θ. (15 points)

(b) Let $\hat{\theta}$ is an estimator of θ. Demonstrate that $MSE = Var(\hat{\theta}) + B^2$, where $\mathrm{B} = E(\hat{\theta}) - \theta$.

(15 points)

(c) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from Bernoulli distribution with parameter θ. Find the MLE of θ.

(15 points)

EXAMINERS	DR./ MEDHAT EL-DAMSISY	DR/ HANAN SEF-ELNASR

TANTA UNIVERSITY
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

EXAMINATION FOR SOPHOMORES STUDENTS OF MATHEMATICS (SECOND YEAR)

COURSE TITLE:	تحليل متجهات و هندسة المجسمات		COURSE CODE:MA2204
DATE: 27 /5/ 2015	TERM: SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS:150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

أجب عن أربعة أسئلة فقط

السؤال الأول: (37.5 درجة)

١. برهن أن $\vec{\nabla} r^n = n r^{n-2}\,\vec{r}$ (17.5 درجة)

٢. إذا كانت $\vec{V} = (x+2y+az)\vec{i} + (bx-3y-z)\vec{j} + (4x+cy+2z)\vec{k}$ متجه غير دورانى . أوجد a, b, c
وبين أن $\vec{V}$ يمكن التعبير عنه كإنحدار لدالة قياسية $\emptyset$ وأوجد $\emptyset$. (20 درجة)

السؤال الثانى: (37.5 درجة)

أذكر نظرية التباعد لجاوس. وإثبت صحتها لمجال المتجه $\vec{A}(x,y,z) = 4x\vec{i} - 2y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ المأخوذ على المنطقة المحدودة بالإسطوانه $x^2 + y^2 = 4$ وبالمستويين $z = 0$ و $z = 3$.

السؤال الثالث: (37.5 درجة)

١. أوجد المتجه $\vec{A} = z\vec{i} - 2x\vec{j} + y\vec{k}$ بدلالة الإحداثيات الإسطوانية ثم أوجد المركبات A_ρ و A_φ و A_z. (17.5 درجة)

٢. إختر الإجابة الصحيحة مما يلى (20 درجة)

A. معادلة السطح على الصورة $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ تمثل

(i) سطح ناقصى (ii) سطح زائدى ذو طيتين (iii) سطح زائدى دورانى (iv) سطح زائدى ذو طية واحدة

B. المعادلة $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ تمثل

(i) سطح مكافئ ناقصى (ii) سطح مكافئ زائدى (iii) سطح مكافئ دورانى (iv) سطح زائدى ذو طية واحدة

C. إذاكان لدينا معادلة الخط L هى $\vec{x} = \vec{a} + \mu\vec{b}$ ومعادلة المستوى π هى $\vec{x}\cdot\vec{N} = p$ فإن الخط L يوازى المستوى π إذا تحقق

(i) $\vec{b}\cdot\vec{N} = 0$ فقط (ii) $\vec{a}\cdot\vec{N} = 0$ فقط (iii) $\vec{b}\cdot\vec{N} = 0$ و $\vec{a}\cdot\vec{N} \neq p$ (iv) $\vec{b}\cdot\vec{N} = 0$ و $\vec{a}\cdot\vec{N} = p$

D. معادلة المستوى المار بالنقطة $p(2,1,-1)$ وعمودى على المتجه $\vec{N} = (-1,1,3)$ هى

(i) $2x + y - z = 5$ (ii) $2x + y - z = 10$ (iii) $-x + y + 3z = -4$ (iv) $-x + y + 3z = -8$

السؤال الرابع : (37.5 درجة)

١. إذا كان نسب إتجاه خط موجه $\vec{L}$ مار بنقطةالأصل هى $(4,3,-5)$ عين إحداثيات النقطة p الواقعة على الخط $\vec{L}$ والتى تبعد عن نقطة الأصل مسافة قدر ها 12. (17.5 درجة)

٢. اوجد شرط تماس المستوى $lx + my + nz = p$ مع الكرة $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ (20 درجة)

السؤال الخامس: (37.5 درجة)

١. أوجد معادلة المستوى المار بالنقط $p_1(1,2,-1)$, $p_2(-1,1,4)$, $p_3(1,3,-2)$. (12.5 درجة)

٢. أوجد مسقط المتجه $\vec{A}$ على المتجه $\vec{B}$ إذا كان $\vec{A} = (1,2,-3)$, $\vec{B} = (1,1,2)$ ثم أوجد طول هذا المسقط. (12.5درجة)

٣. اوجد الزاوية بين المستويين $x - 2y - 2z = 1$, $2x + 2y - z = 3$ (12.5 درجات)

EXAMINERS	DR. ABDALLA E.DESOKY	DR. MERVAT ELZAWY

الفرقة ٢/ رياضيات

TANTA UNIVERSITY FACULTY OF SCIENCE DEPARTMENT OF MATHEMATICS			
EXAMINATION FOR **SOPHOMORES** (SECOND YEAR) STUDENTS OF MATHEMATICS			
COURSE TITLE:	**Linear Algebra**		COURSE CODE:MA2206
DATE: 27 MAY 2015	TERM: SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS:150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

Answer the following questions

(50 Marks)

Question 1

1) Let $V = R^3$ be the three dimensional space. Show that $W = \{(a,b,c): a+b+c=0, a,b,c \in R\}$ is a Subspace of V. (20 Marks)

2) Let $T: R^3 \longrightarrow R^2$ given by $T(x_1,x_2,x_3) = (7x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_2)$. As a basis for R^3 and R^2 respectively, let $G = \{(1,0,0),(0,1,-1),(0,0,1)\}$ and $H = \{(1,0),(0,-1)\}$. (30 Marks)

(i) Prove that T is a linear transformation (ii) Find Ker T and Im T

(iii) Compute the matrix representation of T.

(50 Marks)

Question 2

1) Let $T: U \longrightarrow V$ be a linear mapping of a vector space U to a vector space V . Verify that $\dim U = r(T) + n(T)$ (20 Marks)

2) Solve the following homogeneous system of linear equations (30 Marks)

$$2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_5 = 0$$
$$-x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0$$
$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0$$
$$x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(50 Marks)

Question 3

1) If a vector space V over a field F has a basis $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, prove that every $v \in V$ has a unique representation in the form $v = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \cdots \alpha_n u_n$, $\alpha_i \in F$. (15 Marks)

2) Find the Eigen values and the corresponding Eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$. Show that A satisfies its characteristic equation. (20 Marks)

3) Prove that $V_n(C)$ is an inner product space with an inner product on $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ an $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ by $(\alpha, \beta) = a_1\bar{b}_1 + a_2\bar{b}_2 + \cdots + a_n\bar{b}_n$, where C is the set of complex numbers and $\bar{b}_i$ is the conjugate of b_i for $i = 1,2,\dots,n$. (15 Marks)

EXAMINERS	PROF. DR. SANAA EL-ASSAR	DR. ABD EL-MOHSEN BADAWY